

Title	函数の單葉性1
Author(s)	佐藤, 徳意
Citation	全国紙上数学談話会. 21 p.1-p.2
Issue Date	1934-11-30
oaire:version	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/73898
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

全国紙上数学談話会第21号

61. 函数・単葉性 1

佐藤徳意(北大)

能代清氏・御研究ヲ讀ムニテ"次ノ様ナモノヲ得マシタ。引用
ハ全テ第1号上談話会第18号51・121氏ノモノヲ"ス。"シュ"定理B
ガ説明ニモアリマス様々ニ微分学ノ Rolle, 定理カ"複素函数ノスキ
ムトニナルカヲ示シテキマス。今之ヲチテ三張ニテ Taylor 定理ニスレバ
ト"ルナル。乘利余ヲ Lagrange ノ"ル"ニ本目書スルヲ"ニスルト

定理1. $f(z)$ ハ凸状領域 D 上"正則"ニテ, $z, a \in D$ ナラハ

$$f(z) = f(a) + (z-a)f'(a) + \frac{(z-a)^2}{2!}f''(a) + \cdots + \frac{(z-a)^n}{n!}f^{(n)}(a) \\ + \frac{(z-a)^{n+1}}{(n+1)!} \left\{ R f^{(n+1)}(a + \theta_1(z-a)) + i f^{(n+1)}(a + \theta_2(z-a)) \right\}, \quad 0 < \theta_1, \theta_2 < 1$$

リ。

次ニ $f(z) = \frac{1}{z} + a_0 + a_1 z + \cdots$ ノ如キ函数ノ單葉性ニツイテ
ハ定理B'カ"原點ヲ中心トスル或円内ノコトニツイテ"考ヘテキマスカ
造ニ或円ヲ領域ニ或カウクリヌイタ"ル"ニ次ノ様ナ定理カ"ニハレマス。

定理2.

$$f(z) = \frac{1}{z} + a_0 + a_1 z + \cdots = \frac{1}{z} + g(z)$$

原點ヲ含ム領域 D 上"原點ヲ除イテハ正則"ニテ

$$\operatorname{Re} e^{i\omega} g'(z) > \frac{1}{52} \quad (\omega \text{ 実数})$$

カ"成立スルナラハ" $f(z)$ ハ $\frac{1}{52} < |z| < D$ 上"單葉"ナリ。

此証明ハB'ノ証明ヲ變開ク"ル"ト出来マス。又図ノ考察ヨリモ"簡
單"ニ出来マス。



この定理より定理Bヲ用ヒテ出ル結果ニ平行ニ夕モノヲ"スカ"大
出セル本質ヲ"ス。

更ニコノ各ヘヲオ左ヨリスルハ"次ノ系ヲ得マス。(何モ $2 = 1$ ニ
至ルヲ"ハアリマセンカ"簡單ノ為ニ)

$$\text{系。 } f(z) = \frac{a_{-2}}{z^2} + \frac{a_{-1}}{z} + a_0 + a_1 z + \dots$$

ハ $0 < |z| < \gamma$ ヲ"正則"トス

$$\operatorname{Re} e^{i\omega} \left(f(z) + \frac{2a_{-2}}{z^3} + \frac{a_{-1}}{z^2} \right) > \frac{2\gamma|a_{-2}|}{\gamma^4} + \frac{|a_{-1}|}{\gamma^2}$$

カ"成立スルヲ"ハ" $\delta < |z| < \gamma$ ヲ"單葉"トス。

(11, 24 参照)